

УДК 539.3:620.178:620.181:620.194

## ВПЛИВ КОМПОЗИЦІЙНОГО ПОКРИТТЯ НА НАПРУЖЕНИЙ СТАН ТРУБОПРОВОДУ З ДЕФЕКТОМ

<sup>1</sup>Т.М. Даляк, <sup>1</sup>І.П. Шацький, <sup>2</sup>Т.П. Венгринюк<sup>1</sup> ІФВ ІППММ НАН України; 76002, м. Івано-Франківськ, вул. Микитинецька, 3,  
e-mail: ipshatsky@gmail.com<sup>2</sup> ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15,  
e-mail: venhrynyuk.t@i.ua

Розглянуто питання концентрації напружень поблизу дрібних поверхневих тріщин у трубопроводі, підсиленому спіралью навитим композиційним покриттям. У рамках класичної теорії оболонок досліджено основний напружений стан бездефектної конструкції, залежний від геометрії та покомпонентного складу конструктивно анізотропного покриття. Методом скінченних елементів у фізично-лінійній постановці розв'язано задачу плоскої деформації для двокомпонентного кільця з тріщиною, перпендикулярною до межі розділу, за умов ідеального механічного контакту шарів. Вивчено вплив тонкого композиційного покриття та розміру дефекта на величину потоку енергії у вершину тріщини та на значення коефіцієнтів інтенсивності напружень в її околі у разі навантаження трубопроводу експлуатаційним тиском перекачуваного продукту. Розглянуто випадки нанесення покриття на ненавантажену трубу та підсилення труби під ремонтним тиском.

Ключові слова: трубопровід, композиційне покриття, тріщина, міцність.

Рассмотрены вопросы концентрации напряжений вблизи мелких поверхностных трещин в трубопроводе, усиленном тонким спирально навитым композиционным покрытием. В рамках классической теории оболочек исследовано упругое состояние бездефектной конструкции, зависящее от геометрии и покомпонентного состава конструктивно анизотропного покрытия. Методом конечных элементов в физически линейной постановке решена задача плоской деформации для двухкомпонентного кольца с трещиной, перпендикулярной к границе раздела, при условии идеального механического контакта слоев. Изучено влияние тонкого композиционного покрытия и размера дефекта на величину потока энергии в вершину трещины и на значение коэффициентов интенсивности напряжений в ее окрестности в случае нагружения трубопровода эксплуатационным давлением перекачиваемого продукта. Рассмотрены случаи нанесения покрытия на ненагруженную трубу и усиление трубы под ремонтным давлением.

Ключевые слова: трубопровод, композиционное покрытие, трещина, прочность.

The issues of stress concentration near small surface fractures in the pipeline magnified by helically-formed compositional plating are considered. Within the frame of the classic theory of shells, the basic stressed state of the damageproof construction, depending on geometry and fractional analysis of structural no isotropic covering are investigated. The finite-element technique in physically linear posing, the problem of plane deformation for bipropellant chase with fracture, perpendicular to a boundary surface, in the conditions of ideal mechanical contact of layers is determined. The influence of thin compositional plating and the size of flaw on magnitude of the energy flow in the top of a fracture and on the value of stress intensity coefficients on its locality is investigated in case of piping load by production stress of a flowed pumpage. The encapsulation technique on the unladen pipe and pipe support under the maintenance are investigated.

Key words: pipeline, compositional plating, fracture, resistance

### Вступ

Проблеми протикорозійної ізоляції нових та переізоляції тривало експлуатованих нафтопроводів залишаються актуальними для фахівців у галузі трубопровідного транспортування вуглеводів. На сьогодні відомо багато способів запобігання появі та росту втомних тріщин у трубопровідних конструкціях, проте вони не завжди є ефективними за умов тривалої експлуатації. Зокрема, покращення якості сталі [1] не повною мірою вирішує вказану проблему. Інший спосіб – нанесення ізоляційного покриття в трасових умовах [2] – з часом виявив недоліки, пов'язані з втратою адгезійної міцності під час тривалої експлуатації трубопроводів (зморшки, гофри, складки тощо). Останнім часом приділяється значна увага розробкам рецептури нових композиційних антикорозійних

покриттів [3–5], які забезпечують покращення антикорозійних ізоляційних характеристик, однак практично не підвищують механічну міцність труби. Заслужують на увагу проекти багатокомпонентного композиційного покриття із склопластиковою стрічкою [6–9], які дозволяють забезпечити належну міцність і адгезію покриття до труби.

З теоретичних підходів до розв'язання проблем механіки руйнування неоднорідних елементів тонкостінних конструкцій з тріщиноподібними дефектами на сьогодні відомі моделі наскрізних тріщин у оболонках з гнучким покриттям [10–12], однак аналогічні моделі для вкритих тонкостінних труб з наскрізними пошкодженнями потребують розвитку. Спроби скінченно-елементного аналізу бандажованих труб з дефектами описані в працях [13, 14].

У роботі розглядаються теоретичні питання концентрації напружень поблизу дрібних поверхневих тріщин у трубопроводі, підсиленому тонким композиційним покриттям, навитим по спіралі. Покриття складається із трьох шарів (епоксид – склотканина – поліуретан). Адгезія матеріалів покриття і труби вважається забезпеченою. Спіральне навивання ізотропної стрічки скінченної ширини під кутом до осі труби спричинює слабку анізотропію конструкції “труба – покриття” щодо дії внутрішнього тиску чи поздовжнього навантаження.

З використанням гіпотези жорсткої нормалі для усього пакета в рамках класичної теорії оболонок досліджується основний напружений стан бездефектної конструкції, що залежить від геометрії та покомпонентного складу покриття. Отримані характеристики навантаженості вкритої труби використовуються для аналітико-числового аналізу розподілу напружень поблизу дрібних поверхневих дефектів типу тріщин.

Методом скінчених елементів у фізично лінійній постановці розв’язується задача плоскої деформації для двокомпонентного кільця з тріщиною, перпендикулярною до межі розділу, за умов ідеального механічного контакту шарів. Вивчено вплив тонкого композиційного покриття та розміру дефекту на величину потоку енергії у вершину тріщини та на значення коефіцієнтів інтенсивності напружень в її околі у разі навантаження трубопроводу тиском перекачуваного продукту за різних значень ремонтного тиску.

Окремі результати роботи прозвучали в доповіді [15].

### Напруження в трубопроводі з навитим композиційним покриттям

**Рівновага шаруватой анізотропної циліндричної оболонки.** Розглянемо безмежно протяжну циліндричну оболонку, складену з  $n+1$  так званих анізотропних шарів, ідеально з’єднаних між собою. Слід розробити процедуру дослідження напружено-деформованого стану оболонки, спричиненого сталим внутрішнім тиском, при заданих умовах закріплення на безмежності.

Уведемо циліндричні координати  $(r, \varphi, x)$ , сумістивши вісь  $x$  з віссю труби. Нехай  $R_i$  і  $h_i$  ( $i = \overline{0, n}$ ) – радіуси серединних поверхонь та товщини шарів відповідно. Тоді досліджуваний об’єкт займає область

$$(r, \varphi, x) \in \left( R_0 - \frac{h_0}{2}, R_n + \frac{h_n}{2} \right) \times [0, 2\pi] \times (-\infty, \infty).$$

Розглядаємо рівномірну по  $x$  осесиметричну деформацію та кручення багат шарового циліндра в межах класичної безмоментної теорії оболонок [16–18].

Інтегральні по товщині оболонки рівняння рівноваги мають вигляд

$$\frac{dN_x}{dx} = 0, \quad N_\varphi = p \left( R_0 - \frac{h_0}{2} \right), \quad \frac{dN_{x\varphi}}{dx} = 0, \quad (1)$$

де інтегральні зусилля

$$N_x = \sum_{i=0}^n \sigma_x^{(i)} h_i, \quad N_\varphi = \sum_{i=0}^n \sigma_\varphi^{(i)} h_i, \quad N_{x\varphi} = \sum_{i=0}^n \tau_{x\varphi}^{(i)} h_i; \quad (2)$$

$\sigma_x^{(i)}, \sigma_\varphi^{(i)}, \tau_{x\varphi}^{(i)}$  – компоненти тензора напружень для  $i$ -го шару;

$p$  – заданий внутрішній тиск.

За базові кінематичні припущення приймемо гіпотезу жорсткої нормалі, єдину для всього пакета:

$$\varepsilon_x^{(i)} = \varepsilon_x = \text{const}, \quad \varepsilon_\varphi^{(i)} = \varepsilon_\varphi = \text{const},$$

$$\varepsilon_{x\varphi}^{(i)} = \varepsilon_{x\varphi} = \text{const}, \quad i = \overline{0, n}. \quad (3)$$

Вирази (3) засвідчують рівномірний за припущенням розподіл деформацій по товщині і є аналогом рівнянь сумісності для композиції.

Закон Гука для анізотропних шарів подамо у вигляді

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^{(i)} \\ \sigma_\varphi^{(i)} \\ \tau_{x\varphi}^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Q}_{11}^i & \bar{Q}_{12}^i & \bar{Q}_{16}^i \\ \bar{Q}_{21}^i & \bar{Q}_{22}^i & \bar{Q}_{26}^i \\ \bar{Q}_{61}^i & \bar{Q}_{62}^i & \bar{Q}_{66}^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\varphi \\ \varepsilon_{x\varphi} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

де  $\bar{Q}_{kl}^i$  – компоненти симетричного тензора жорсткості для матеріалу  $i$ -ого шару.

Підставляючи вирази (4) у формули (2), отримуємо інтегральну форму фізичних співвідношень для безмежної шаруватой оболонки.

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_\varphi \\ N_{x\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} & \bar{A}_{16} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} & \bar{A}_{26} \\ \bar{A}_{61} & \bar{A}_{62} & \bar{A}_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\varphi \\ \varepsilon_{x\varphi} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

де інтегральні характеристики жорсткості шаруватой анізотропної оболонки

$$\bar{A}_{kl} = \sum_{i=0}^n \bar{Q}_{kl}^i h_i. \quad (6)$$

Вирази (5) можна подати і у зворотній інтерпретації:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\varphi \\ \varepsilon_{x\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{B}_{11} & \bar{B}_{12} & \bar{B}_{16} \\ \bar{B}_{21} & \bar{B}_{22} & \bar{B}_{26} \\ \bar{B}_{61} & \bar{B}_{62} & \bar{B}_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_x \\ N_\varphi \\ N_{x\varphi} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

де  $\bar{B}_{kl}$  – інтегральні характеристики піддатливості.

Очевидно, що матриці  $\bar{A}$  і  $\bar{B}$  є взаємно оберненими:  $\bar{A}\bar{B} = I$ .

Співвідношення (1) – (7) є сукупною системою рівнянь, достатньою для визначення напружено-деформованого стану шаруватой анізотропної циліндричної оболонки під тиском. При їх виведенні ми знехтували малими порівняно з одиницею величинами  $h_i/R_i$ , тому і надалі не будемо розрізняти зовнішній та внутрішній радіуси тонких шарів, прийнявши  $R_i \approx R$ .

Розв’яжемо сформульовану задачу статки для двох випадків закріплення оболонки.

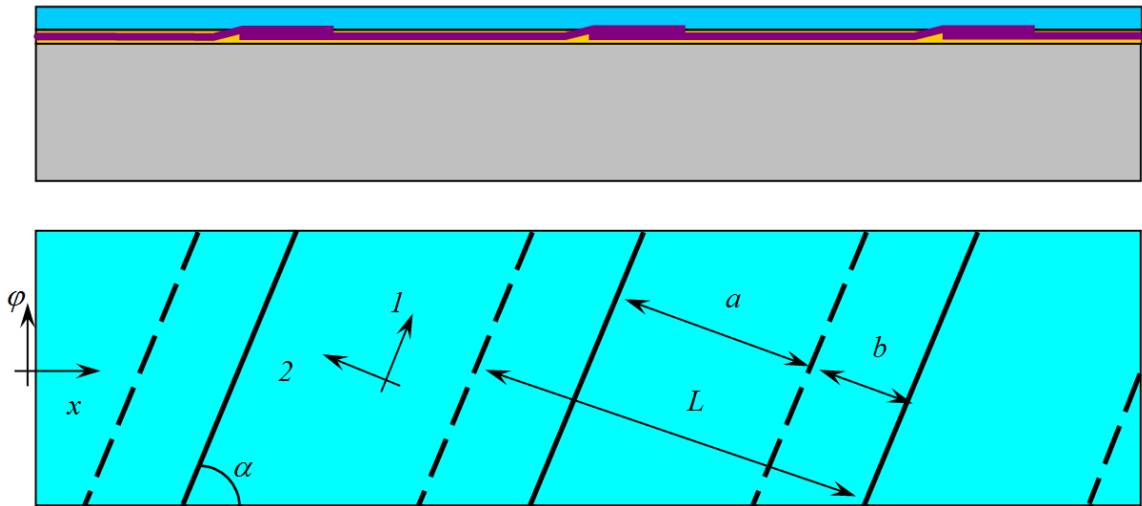


Рисунок 1 – Схема труби зі спірално навитим композиційним покриттям

1. Оболонка, закріплена на безмежності, -  
 $\varepsilon_x(\pm\infty)=0, \varepsilon_{x\varphi}(\pm\infty)=0$ . (8)

Тут маємо випадок плоскої деформації ( $\varepsilon_x=0$ ) та примусового кручення ( $\varepsilon_{x\varphi}=0$ ).

Із співвідношень (1), (3) та (5) отримаємо

$$N_x = \bar{A}_{12}\varepsilon_\varphi, \quad N_\varphi = \bar{A}_{22}\varepsilon_\varphi,$$

$$N_{x\varphi} = \bar{A}_{62}\varepsilon_\varphi, \quad N_\varphi = pR.$$

Тоді  $\varepsilon_x=0, \varepsilon_\varphi = pR/\bar{A}_{22}, \varepsilon_{x\varphi}=0$ .

За формулами (4) знаходимо напруження у кожному шарі

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(i)} &= p \frac{\bar{Q}_{12}^i R}{\sum_{i=0}^n \bar{Q}_{12}^i h_i}, \quad \sigma_\varphi^{(i)} = p \frac{\bar{Q}_{22}^i R}{\sum_{i=0}^n \bar{Q}_{22}^i h_i}, \\ \tau_{x\varphi}^{(i)} &= p \frac{\bar{Q}_{62}^i R}{\sum_{i=0}^n \bar{Q}_{62}^i h_i}, \end{aligned} \quad (9)$$

а також силу, яка утримує оболонку від укорочення  $N_x = pR \bar{A}_{12}/\bar{A}_{22}$ , та момент, який утримує оболонку від скручення  $M = N_{x\varphi}R = pR^2 \bar{A}_{62}/\bar{A}_{22}$ .

Як видно із результатів (9), напруження в кожному шарі є пропорційними до його жорсткості.

2. Оболонка, вільна від закріплення, -

$$N_x(\pm\infty)=0, \quad N_{x\varphi}(\pm\infty)=0. \quad (10)$$

Тут маємо випадок плоского напруженого стану ( $N_x=0$ ) та вільного кручення ( $N_{x\varphi}=0$ ).

Як і раніше,  $N_\varphi = pR$ .

Скориставшись законом Гука у формі (7), знайдемо деформації пакета

$$\varepsilon_x = \bar{B}_{12}pR, \quad \varepsilon_\varphi = \bar{B}_{22}pR, \quad \varepsilon_{x\varphi} = \bar{B}_{62}pR. \quad (11)$$

За відомих деформацій (11) напруження в кожному шарі обчислюються з формулами (4)

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(i)} &= pR \left( \bar{Q}_{11}^i \bar{B}_{12} + \bar{Q}_{12}^i \bar{B}_{22} + \bar{Q}_{16}^i \bar{B}_{62} \right), \\ \sigma_\varphi^{(i)} &= pR \left( \bar{Q}_{21}^i \bar{B}_{12} + \bar{Q}_{22}^i \bar{B}_{22} + \bar{Q}_{26}^i \bar{B}_{62} \right), \\ \tau_{x\varphi}^{(i)} &= pR \left( \bar{Q}_{61}^i \bar{B}_{12} + \bar{Q}_{62}^i \bar{B}_{22} + \bar{Q}_{66}^i \bar{B}_{62} \right), \\ i &= \overline{0, n}. \end{aligned} \quad (12)$$

Неважко переконатись, що  $\sigma_x$  та  $\tau_{x\varphi}$  є самозрівноваженими по усій товщині пакета.

**Ефективні характеристики спірално навитого шару.** Специфіка спірално навитого шару полягає у відмінності між макроскопічними механічними властивостями цього шару у напрямку навівання та у поперечному напрямку - має місце так звана *конструктивна ортотропія*. Нехай  $\alpha$  – кут нахилу навиття до осі труби,  $L$  – ширина стрічки,  $b$  – ширина перекриття з одного краю (рис. 1). Позначимо за  $a = L - 2b$  ширину неперекритої ділянки. Уведемо головні осі ортотропії (1,2): 1 – у напрямку навиття, 2 – перпендикулярно до 1. Таким чином, отримаємо  $(a+b)$  – періодичну структуру у напрямку 2, що складається з ізотропної смуги завширшки  $a$  та завтовшки  $h$  та ізотропної смуги завширшки  $b$  та завтовшки  $2h$ , які ідеально контактують. Позначимо як  $E, \nu$  модулі пружності матеріалу, що навивається.

Проведемо процедуру усереднення закону Гука за періодом  $a+b$ . Врахуємо [18–22], що у напрямку 1 маємо паралельне з'єднання пружних смуг (тож просумуємо напруження, а, отже, і жорсткості за Райсом), а у напрямку 2 маємо послідовне з'єднання пружних смуг (тож сумуватимемо видовження, а, отже, і піддатливості за Фойгтом).

У результаті дістанемо закон Гука для конструктивного ортотропного матеріалу у головних координатах

Таблиця 1 – Геометричні та фізичні параметри шарів

| № шару, $i$ | $h_i$ , мм | Матеріал    | $E_i$ , МПа      | $\nu_i$ | Параметри намотування                              |
|-------------|------------|-------------|------------------|---------|--|
| 0           | 15,2       | сталь       | $2,1 \cdot 10^5$ | 0,3     | ізотропія  |
| 1           | 0,5        | епоксид     | $2 \cdot 10^4$   | 0,4     | ізотропія  |
| 2           | 1,5        | склотканина | $5 \cdot 10^4$   | 0,4     | $\alpha = 60^\circ$ , $a = b = L/3$ , $L = 200$ мм |
| 3           | 2,2        | поліуретан  | 20               | 0,4     | ізотропія  |

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix},$$

де

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E}{1-\nu^2}, \\ Q_{12} = Q_{21} &= \frac{\nu E}{1-\nu^2} \frac{a+b}{a+b/2} \frac{h}{\langle h \rangle}, \\ Q_{22} &= \frac{E}{1-\nu^2} \frac{a+b}{a+b/2} \frac{h}{\langle h \rangle} \left( 1-\nu^2 + \nu^2 \frac{a+b}{a+b/2} \frac{h}{\langle h \rangle} \right), \\ Q_{66} &= \frac{E}{1+\nu} \frac{a+b}{a+b/2} \frac{h}{\langle h \rangle}. \end{aligned} \quad (13)$$

$\langle h \rangle = h(a+2b)/(a+b)$  – середня товщина спірально навитого шару.

Ураховуючи правила перетворення компонент тензорів при повороті осей, для ефективних жорсткостей шару, анізотропного в системі координат  $(x, \varphi)$ , отримаємо [20–22]

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= U_1 + U_2 \cos 2\alpha + U_3 \cos 4\alpha, \\ \bar{Q}_{22} &= U_1 - U_2 \cos 2\alpha + U_3 \cos 4\alpha, \\ \bar{Q}_{12} = \bar{Q}_{21} &= U_4 - U_3 \cos 4\alpha, \\ \bar{Q}_{66} &= U_5 - U_3 \cos 4\alpha, \\ \bar{Q}_{16} = \bar{Q}_{61} &= -\frac{1}{2} U_2 \sin 2\alpha - U_3 \sin 4\alpha, \\ \bar{Q}_{26} = \bar{Q}_{62} &= -\frac{1}{2} U_2 \sin 2\alpha + U_3 \sin 4\alpha; \end{aligned} \quad (14)$$

пружні коефіцієнти  $U$  мають вигляд

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{8}(3Q_{11} + 3Q_{22} + 2Q_{12} + 4Q_{66}), \\ U_2 &= \frac{1}{2}(Q_{11} - Q_{22}), \\ U_3 &= \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66}), \\ U_4 &= \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{22} + 6Q_{12} - 4Q_{66}), \\ U_5 &= \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} + 4Q_{66}); \end{aligned} \quad (15)$$

$\alpha$  – кут намотування, виміряний проти годинникової стрілки від додатного напрямку осі  $x$  до додатного напрямку осі  $1$ .

**Напруження в сталевому трубопроводі з композиційним покриттям.** Розглянемо сталевий трубопровід (шар 0), на який нанесено шарувате покриття такої структури: епоксидна підкладка (шар 1), спірально навита склотканина (шар 2), і поліуретан (шар 3) з параметрами, наведеними в таблиці 1.

Запишемо компоненти матриці жорсткості для кожного шару.

Для ізотропної сталеві труби ( $i = 0$ ):

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11}^0 = \bar{Q}_{22}^0 &= E_0 / (1 - \nu_0^2), \\ \bar{Q}_{12}^0 = \bar{Q}_{21}^0 &= \nu_0 E_0 / (1 - \nu_0^2), \\ \bar{Q}_{66}^0 &= 2G_0 = E_0 / (1 + \nu_0), \\ \bar{Q}_{16}^0 = \bar{Q}_{61}^0 = \bar{Q}_{26}^0 = \bar{Q}_{62}^0 &= 0. \end{aligned}$$

Для ізотропного епоксидного прошарку ( $i = 1$ ):

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11}^1 = \bar{Q}_{22}^1 &= E_1 / (1 - \nu_1^2), \\ \bar{Q}_{12}^1 = \bar{Q}_{21}^1 &= \nu_1 E_1 / (1 - \nu_1^2), \\ \bar{Q}_{66}^1 &= 2G_1 = E_1 / (1 + \nu_1), \\ \bar{Q}_{16}^1 = \bar{Q}_{61}^1 = \bar{Q}_{26}^1 = \bar{Q}_{62}^1 &= 0. \end{aligned}$$

Для спірально навитої склотканини ( $i = 2$ ), прийнявши у формулах (13)  $E = E_2$ ,  $\nu = \nu_2$ ,  $a = b = L/3$ , знайдемо:

$$\begin{aligned} Q_{11}^2 &= \frac{E_2}{1 - \nu_2^2}, \quad Q_{12}^2 = Q_{21}^2 = \frac{\nu_2 E_2}{1 - \nu_2^2} \frac{8}{9}, \\ Q_{22}^2 &= \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} \frac{8}{9} \left( 1 - \frac{\nu_2^2}{9} \right), \quad Q_{66}^2 = \frac{E_2}{1 + \nu_2} \frac{8}{9}, \\ \langle h \rangle &= 1,5h_2. \end{aligned}$$

Відтак за формулами (14), (15) при  $\alpha = 60^\circ$  обчислюємо ефективні коефіцієнти анізотропії  $\bar{Q}_{kl}^2$ .

Для зовнішнього поліуретанового шару ( $i = 3$ )

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11}^3 = \bar{Q}_{22}^3 &= E_3 / (1 - \nu_3^2), \\ \bar{Q}_{12}^3 = \bar{Q}_{21}^3 &= \nu_3 E_3 / (1 - \nu_3^2), \\ \bar{Q}_{66}^3 &= 2G_3 = E_3 / (1 + \nu_3), \\ \bar{Q}_{16}^3 = \bar{Q}_{61}^3 = \bar{Q}_{26}^3 = \bar{Q}_{62}^3 &= 0. \end{aligned}$$

Таблиця 2 – Напруження (МПа) в трубі та у композиційному покритті  
( $p = 6 \text{ МПа}$  та  $R = 610 \text{ мм}$ )

| № шару<br>$i$ | $p_{\text{рем}} = 0$ |                        |                         | $p_{\text{рем}} = 0,5 p = 3 \text{ МПа}$ |                        |                         | $p_{\text{рем}} = p = 6 \text{ МПа}$<br>(без покриття) |                        |                         |
|---------------|----------------------|------------------------|-------------------------|--|------------------------|-------------------------|--|------------------------|-------------------------|
|               | $\sigma_x^{(i)}$     | $\sigma_\varphi^{(i)}$ | $\tau_{x\varphi}^{(i)}$ | $\sigma_x^{(i)}$                         | $\sigma_\varphi^{(i)}$ | $\tau_{x\varphi}^{(i)}$ | $\sigma_x^{(i)}$                                       | $\sigma_\varphi^{(i)}$ | $\tau_{x\varphi}^{(i)}$ |
| 0             | 68,58                | 229,9                  | 0                       | 70,44                                    | 235,4                  | 0                       | 72,24  | 240,8                  | 0                       |
| 1             | 9,48                 | 23,7                   | 0                       | 4,74                                     | 11,88                  | 0                       | 0  | 0                      | 0                       |
| 2             | 10,26                | 68,22                  | 4,62                    | 5,16                                     | 34,14                  | 2,34                    | 0  | 0                      | 0                       |
| 3             | 0,012                | 0,024                  | 0                       | 0,006                                    | 0,012                  | 0                       | 0  | 0                      | 0                       |

Ураховуючи ці дані, за формулами (9) для заданого експлуатаційного тиску  $p = 6 \text{ МПа}$  та  $R = 610 \text{ мм}$  знаходили напруження в трубі та в кожному шарі покриття, які стосуються плоскої деформації та примусового скручення композиції. При цьому у знаменниках дробів (9) під  $h_2$  розуміли  $\langle h \rangle = 1,5h_2$  – середню товщину навитого шару.

У разі нанесення покриття на трубопровід, який перебуває під ремонтним тиском  $p_{\text{рем}}$ , меншим від експлуатаційного, результуючі напруження в пакеті розраховуємо як суперпозицію напружень у трубі без покриття від ремонтного тиску

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^{(0)} \\ \sigma_\varphi^{(0)} \\ \tau_{x\varphi}^{(0)} \end{pmatrix} = p_{\text{рем}} \frac{R}{h_0} \begin{pmatrix} v_0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

та напружень у трубі з покриттям від тиску  $p - p_{\text{рем}}$ .

У таблиці 2 подано результати обчислень компонент тензора напружень для різних значень ремонтних тисків.

Аналіз отриманих даних свідчить, що нанесення покриття розглянутої структури зменшує максимальне напруження у трубі на 4,5 % та на 2,3 % відповідно при  $p_{\text{рем}} = 0$  та при  $p_{\text{рем}} = 0,5 p$ . У разі рівності ремонтного та експлуатаційного тисків розвантаження труби, очевидно, відсутнє. Напруження у епоксидному та поліуретановому прошарках є вкрай малими, тож ними можна знехтувати. Основне підсилення конструкції відбувається за рахунок навитої склопластикової стрічки. При цьому структурна анізотропія майже не проявляється ( $\tau_{x\varphi}^{(2)}$  є малими). Додатковий аналіз розподілу жорсткості композиції свідчить про те, що інтегральна жорсткість розглянутого шаруватого покриття  $\sum_{i=1}^3 \bar{Q}_{22}^i h_i$  у напрямку  $\varphi$  на два порядки менша, ніж інтегральна жорсткість труби  $\bar{Q}_{22}^0 h_0$ . Встановлені ознаки дозволяють при розгляді взаємодії дефектної труби із шаруватим покриттям спрощено моделювати його ізотропним шаром з модулем пружності приблиз-

но в 100 разів меншим від модуля пружності матеріалу труби.

### Вплив композиційного покриття на напруження поблизу поверхневої тріщини

**Постановка задачі.** Нехай на пружне ізотропне кільце з радіусом серединної поверхні  $R_0$  та товщиною  $h_0$ , послаблене поверхневою радіальною тріщиною завглибшки  $l$ , нанесено тонке покриття, яке перебуває з кільцем в ідеальному механічному контакті. Досліджуємо вплив покриття на плоску деформацію труби з дефектом, спричинену дією внутрішнього експлуатаційного тиску  $p$ . Вивчаємо також випадки нанесення покриття на кільце, попередньо навантажене внутрішнім ремонтним тиском  $p_{\text{рем}} \leq p$ .

Сформульованій проблемі відповідає крайова задача теорії пружності для двокомпонентного кільця з радіальним розрізом:

– рівняння рівноваги в області

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{\tau_{r\varphi}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$(r, \varphi) \in (R_0 - h_0/2, R_0 + h_0/2 + h) \times [-\pi, \pi] \setminus L;$$

– фізичні співвідношення для плоскодеформованого кусково-однорідного середовища

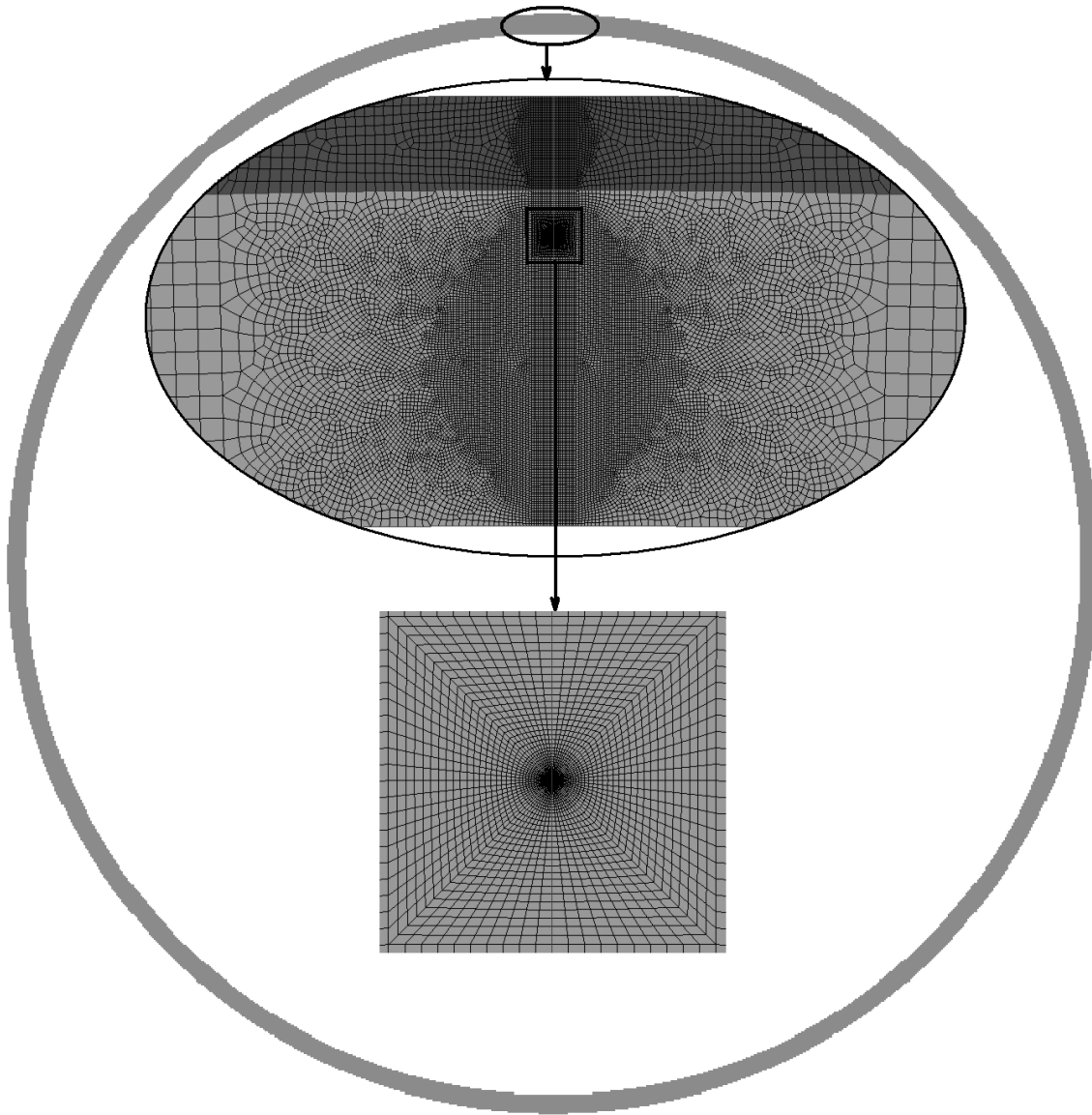
$$\begin{aligned} \sigma_r &= (\lambda + 2\mu)\varepsilon_r + \lambda\varepsilon_\varphi, \\ \sigma_\varphi &= \lambda\varepsilon_r + (\lambda + 2\mu)\varepsilon_\varphi, \\ \tau_{r\varphi} &= 2\mu\varepsilon_{r\varphi}; \end{aligned} \quad (17)$$

– співвідношення Коші

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial u_r}{\partial r}, \\ \varepsilon_\varphi &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r}, \\ \varepsilon_{r\varphi} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} \right); \end{aligned} \quad (18)$$

– крайові умови на колових поверхнях

$$\begin{aligned} \sigma_r(R_0 - h_0/2, \varphi) &= -p, \\ \tau_{r\varphi}(R_0 - h_0/2, \varphi) &= 0, \end{aligned}$$



Рисинук 2 – Схеми скінченноелементного розбиття околу тріщини

$$\begin{aligned} \sigma_r(R_0 + h_0/2 - 0, \varphi) &= \sigma_r(R_0 + h_0/2 + 0, \varphi), \\ \tau_{r\varphi}(R_0 + h_0/2 - 0, \varphi) &= \tau_{r\varphi}(R_0 + h_0/2 + 0, \varphi), \\ u_r(R_0 + h_0/2 - 0, \varphi) &= u_r(R_0 + h_0/2 + 0, \varphi), \\ u_\varphi(R_0 + h_0/2 - 0, \varphi) &= u_\varphi(R_0 + h_0/2 + 0, \varphi), \\ \sigma_r(R_0 + h_0/2 + h, \varphi) &= 0, \\ \tau_{r\varphi}(R_0 + h_0/2 + h, \varphi) &= 0, \quad \varphi \in [-\pi, \pi]; \end{aligned} \quad (19)$$

та на радіальному розрізі

$$\sigma_\varphi(r, \pm\pi) = 0,$$

$$\tau_{r\varphi}(r, \pm\pi) = 0,$$

$$u_\varphi(r, +\pi) - u_\varphi(r, -\pi) \geq 0, \quad r \in L. \quad (20)$$

У співвідношеннях (11)–(15)

$\sigma_r, \sigma_\varphi, \tau_{r\varphi}$  – компоненти тензора напружень;

$\varepsilon_r, \varepsilon_\varphi, \varepsilon_{r\varphi}$  – компоненти тензора деформацій;

$u_r, u_\varphi$  – компоненти вектора переміщень;

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \text{ – сталі Ляме;}$$

$$E = \begin{cases} E_0, & r \in [R_0 - h_0/2, R_0 + h_0/2) \\ E_\pi, & r \in (R_0 + h_0/2, R_0 + h_0/2 + h] \end{cases},$$

$$\nu = \begin{cases} \nu_0, & r \in [R_0 - h_0/2, R_0 + h_0/2) \\ \nu_\pi, & r \in (R_0 + h_0/2, R_0 + h_0/2 + h] \end{cases}$$

– модулі Юнга та коефіцієнти Пуассона матеріалів оболонки (індекс “0”) та покриття (індекс “п”) відповідно.

**Аналіз результатів.** Числовий аналіз сформульованої задачі (16–20) виконано з допомогою методу скінченних елементів [23–25]. Побудова сітки та розрахунки параметрів напружено-деформованого стану здійснено в середовищі MSC Marc. Складові двошарової конструкції розбито на чотиривузлові елементи із згущенням в околі вершини тріщини. Схема розбиття по товщині зображена на рис. 2.

Аналіз поля напружень в композиції зроблено на основі розрахунку еквівалентних напружень Мізеса, які за умов плоскої деформації обчислювали за формулою

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(1-\nu+\nu^2)(\sigma_r^2 + \sigma_\phi^2) - (1+2\nu-2\nu^2)\sigma_r\sigma_\phi + 3\tau_{r\phi}^2}.$$

Для кількісної оцінки напружено-деформованого стану в околі тріщини обчислено потік енергії у її вершину (J-інтеграл) [26, 27]. За

формулою  $K_I = \sqrt{E_0 J / (1-\nu_0^2)}$  знайдено коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) в околі вершини тріщини за навантаження трубопроводу експлуатаційним тиском перекачуваного продукту.

Важливим питанням при застосуванні числових алгоритмів є визначення похибки обчислень. Точність розрахунків значною мірою залежить від густини сітки розбиття. Величину похибки встановимо з обчислення J-інтеграла, порівнявши його значення на п'яти різних контурах інтегрування. Так, при максимальному зовнішньому навантаженні для тріщини завдовжки  $l = 3 \text{ мм}$  відхилення від середнього значення J-інтеграла не перевищило 1 %. Таку точність досягнуто за рахунок згущення сітки в околі вершини тріщини (рис. 2).

При розрахунках прийнято такі геометричні та механічні характеристики конструкції: зовнішній діаметр труби  $d = 1220 \text{ мм}$ , товщина стінки труби  $h_0 = 15,2 \text{ мм}$ , товщина покриття  $h = 4,2 \text{ мм}$ , глибина тріщини  $l$  варіювалася; модуль трубної сталі –  $E_0 = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$  та коефіцієнт Пуассона  $\nu_0 = 0,3$ , середнє значення модулів покриття –  $E_n = 2 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ,  $\nu_n = 0,4$ .

Для максимального експлуатаційного навантаження  $p = 6 \text{ МПа}$  розглянуто три випадки значення ремонтного тиску: а)  $p_{рем} = p$  (труба експлуатується без покриття); б)  $p_{рем} = 0,5p$ ; в)  $p_{рем} = 0$  (покриття нанесено на ненавантажену трубу). Урахування ремонтного тиску проводилося за процедурою, розглянутою у п. 1 для бездефектної труби.

На рис. 3 подано розподіл еквівалентних напружень Мізеса для двокомпонентного кільця з тріщиною завглибшки  $l = 3 \text{ мм}$  при  $p = 6 \text{ МПа}$ . Із поданих графіків видно, що нанесення покриття зменшує концентрацію напружень в околі вершини тріщини і тому має підсилювальний ефект.

Залежності величин J-інтеграла та КІН від довжини тріщини за різних значень ремонтного тиску подані на рис. 4, 5. З отриманих результатів можемо зробити висновок, що нанесення покриття на ненавантажену конструкцію з поверхневою тріщиною завглибшки, наприклад, 3 мм зменшує величини КІН на 25 %; при ремонтному тиску  $p_{рем} = 0,5p$  маємо зменшення на 12,3 %.

Оскільки прийнята модель не враховує можливості порушення адгезії чи втрати цілісності покриття, то отримані результати щодо

механічного впливу тонкого покриття на граничний стан дефектної труби слід розглядати як деяке перебільшення. Насправді через непружні деформації покриття та межового шару механічний внесок ізоляції у затримку розвитку тріщини не є значним. Важливим є блокування покриттям упродовж певного часу доступу корозивного середовища до тріщиноподібного дефекту.

## Висновки

Засобами класичної теорії шаруватих безмоментних оболонок досліджено напружений стан сталевого трубопроводу, вкритого тришаровим композиційним покриттям. Вивчено ефекти конструкційної анізотропії, спричиненої спіральним навіванням несівного склопластикового шару. Методом скінченних елементів досліджено концентрацію напружень поблизу поверхневої тріщини у трубі з покриттям за різних значень ремонтного тиску.

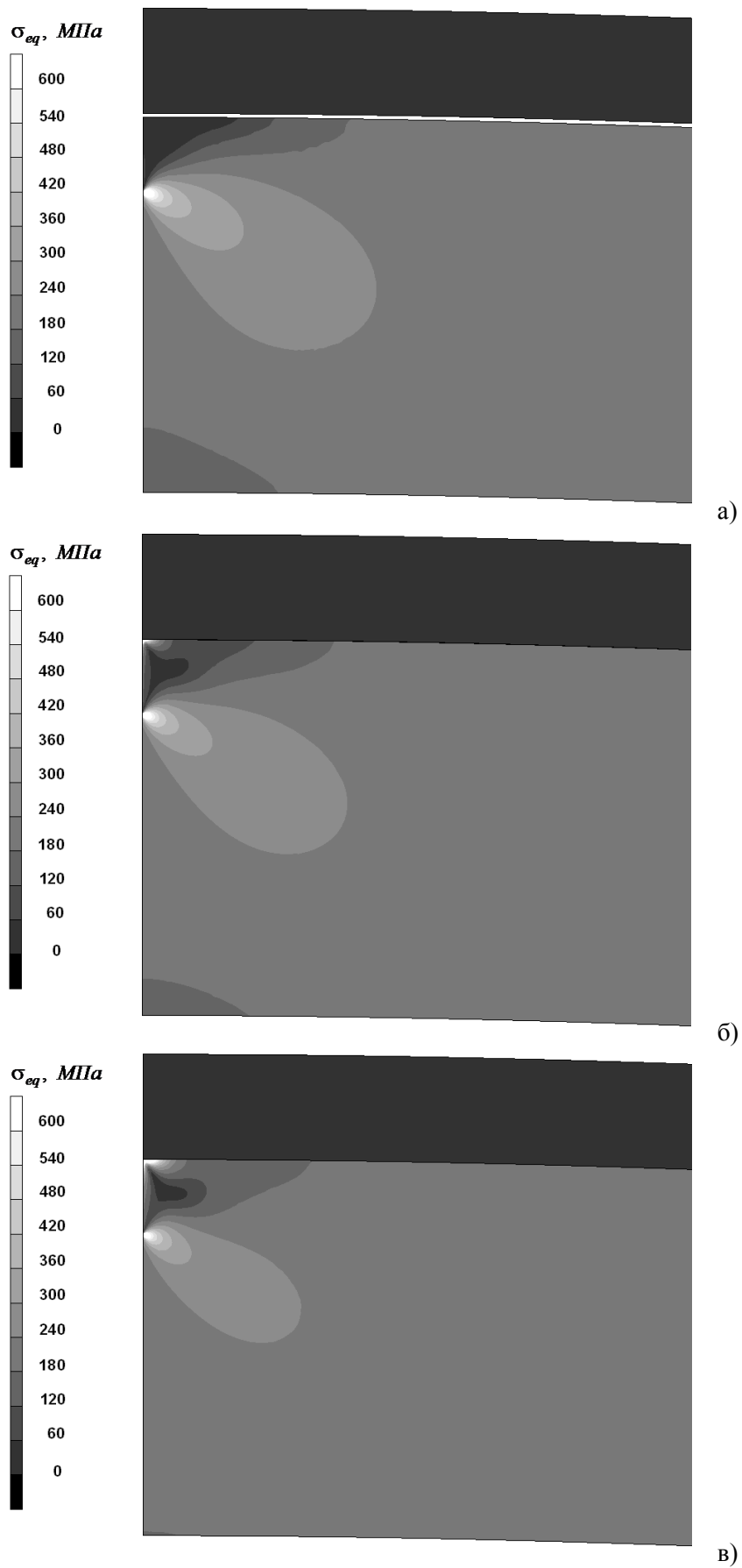
Встановлено, що нанесення покриття розглянутої структури зменшує максимальне напруження у бездефектній трубі на 4,5 % та на 2,3 % при  $p_{рем} = 0$  та при  $p_{рем} = 0,5p$  відповідно. Напруження у епоксидному та поліуретановому прошарках є вкрай малими, тож ними можна знехтувати. Основне підсилення конструкції відбувається за рахунок навитої склопластикової стрічки, при цьому структурна анізотропія майже не проявляється. У трубопроводі з поверхневим тріщиноподібним дефектом ефект покриття щодо зменшення коефіцієнтів інтенсивності напружень поблизу вістря тріщини є більш відчутним і складає 12–25 %. Із збільшенням ремонтного тиску вплив покриття на напруження і в бездефектній, і у дефектній трубі закономірно зменшується.

Вказано на важливу ізоляційну функцію покриття – блокування упродовж певного часу доступу корозійного середовища до тріщиноподібного дефекту, яка сприяє підвищенню ресурсу трубопроводу.

Подальший розвиток запропонованих у цій статті моделей автори бачать у розв'язанні задач механіки руйнування поблизу поверхневих дефектів трубопроводів з урахуванням недосконалої адгезії та обмеженої міцності покриття. Концептуальні засади для такого сорту двокритеріальних оцінок граничної рівноваги вкритих оболонок з тріщинами викладено у праці [12].

## Література

- 1 Крижанівський Є.І. Особливості корозійно-водневої деградації сталей нафтогазопроводів і резервуарів зберігання нафти / Є.І. Крижанівський, Г.М. Никифорчин // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2011. – № 2. – С. 11–20.
- 2 Середницький Я. Сучасна протикорозійна ізоляція в трубопроводному транспорті / Я. Середницький. – К.: Афіша, 1999. – 239 с.



*a* –  $p_{rem} = p = 6 \text{ МПа}$ , *б* –  $p_{rem} = 0,5p = 3 \text{ МПа}$ , *в* –  $p_{rem} = 0$

Рисунок 3 – Еквівалентні напруження поблизу тріщини у трубі з покриттям



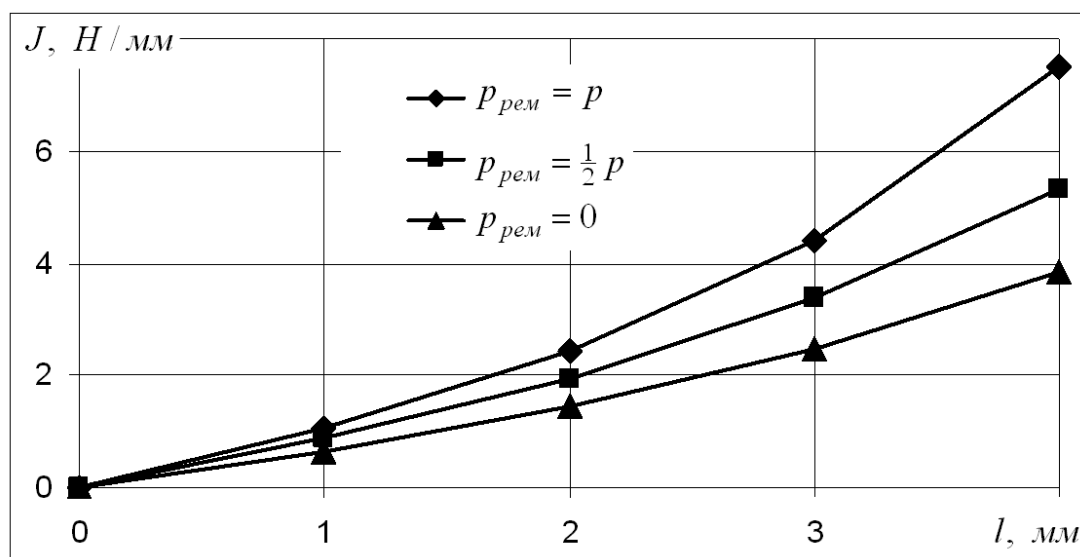
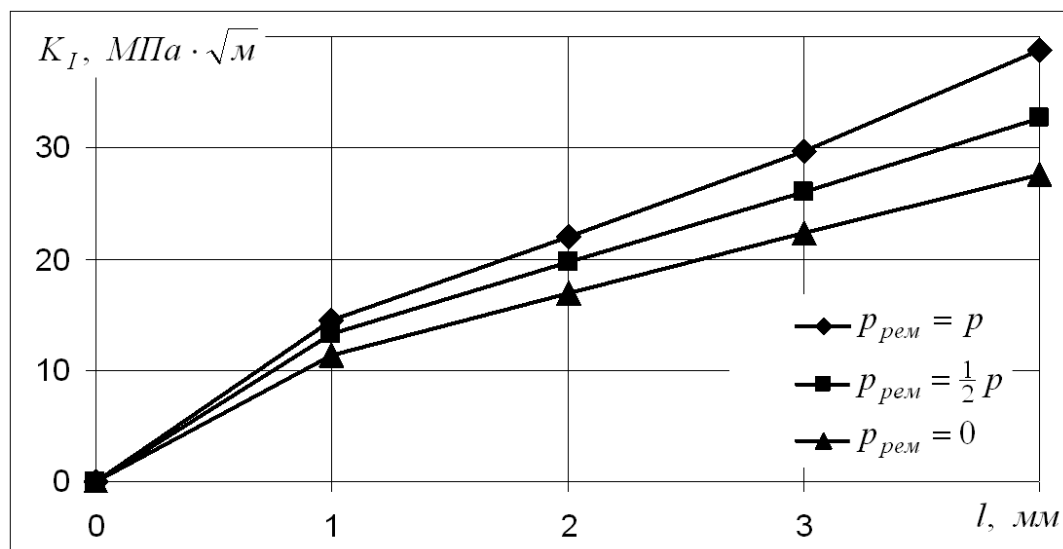
Рисунок 4 – Залежність  $J$ -інтеграла від глибини дефекту

Рисунок 5 – Залежність коефіцієнта інтенсивності напружень від глибини дефекту

3 Патент України 89709. Спосіб протиокорозійного захисту підземних нафтогазопроводів, прокладених в болотних, замулених ґрунтах які містять сульфатредукуючі бактерії / Крижанівський Є. І., Федорович Я. Т., Полутренко М.С. та ін.; заявник ІФНТУНГ; заявка № а200807330, заявл. 27.05.2008; опубл. 25.02.2010., Бюл. № 4.

4 Патент України 84769. Спосіб ремонту сталевих трубопроводів / Крижанівський Є. І., Федорович Я. Т., Полутренко М.С. та ін.; заявник ІФНТУНГ; заявка № а200613389, заявл. 18.12.2006; опубл. 25.11.2008., Бюл. № 22.

5 Патент України 82775. Спосіб захисту підземних нафтогазопроводів від корозії / Крижанівський Є. І., Федорович Я. Т., Полутренко М.С. та ін.; заявник ІФНТУНГ; заявка № а200610/07, заявл. 21.09.2006; опубл. 12.05.2008., Бюл. № 9.

6 Копей Б.В. Застосування композиційних матеріалів в нафтовидобувному комплексі / Б.В. Копей, М.М. Архірей, Т.П. Венгринюк // Науковий вісник ІФНТУНГ. – 2010. – №1 (23). – С. 68-76.

7 Копей Б.В. Спосіб попередження розвитку тріщини подібних корозійних дефектів поверхні трубопроводів / Б.В.Копей, Т.П. Венгринюк // Нафтогазова енергетика. – 2011. – С. 82. – Матеріали Міжнар. наук.-техн. конф. (Івано-Франківськ, 10-14 жовтня 2011 р.)

8 Венгринюк Т. Використання ізоляційних композитних покриттів "ІКП" в сучасних технологіях ізоляції та ремонту підземних сталевих нафтогазотрубопроводів / Т.Венгринюк, В.Черватюк // Матеріали XI міжнародна конференція – виставка «Проблеми корозійного захисту конструкційних матеріалів» (Львів, 4 – 6 червня 2012 р.). – Львів, 2012. – С. 693–698.

9 Конечно-элементное моделирование ремонта труб с дефектами стеклопластиковыми бандажами в SolidWorks / В.Б. Копей, Ю.Д. Петрина, Т.П. Венгриянук // Сборник научных трудов ; под общ. ред. д-ра техн. наук, проф. В.К. Липского – Новополюцк: Полоц. гос. ун-т, 2011. – Выпуск. – С. 199 – 201.

10 Шацький І. П. Інтегральне рівняння задачі про тріщину в пологій оболонці з гнучким покриттям / І. П. Шацький // Доп. АН України. – 1992. – №1. – С. 46–48.

11 Шацький І. П. Задача о трещине в пологой оболочке с гибким покрытием / И. П. Шацкий // Прикл. механика и техн. физика. – 1996. – 37, № 2. – С. 131–138.

12 Шацький І. П. Вплив гнучкого покриття на міцність пологої оболонки з тріщиною вздовж лінії кривини / І. П. Шацький, А. Б. Щербій // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій, в 3-х т. ; під заг. ред. Панасюка В. В. – Львів: Каменяр, 1999. – Т. 2. – С. 333–335.

13 Копей Б. В. Оптимізація товщини композитних бандажів при ремонті трубопроводів з дефектами / Б. В. Копей, В. Б. Копей, А. В. Максимук, Н. В. Щербина, А. М. Найда // Науковий вісник ІФНТУНГ. – 2007. – № 2. – С. 101–107.

14 ТУ.У.26.1-02070855-003-2010. Ізоляційне композитне покриття трубопроводів. Технічні умови. – 17 с.

15 Венгриянук Т.П. Про вплив навитого композиційного покриття на напруження біля дрібних тріщин у трубопроводі / Т.П. Венгриянук, Т.М. Даляк, І.П. Шацький // Проблеми і перспективи транспортування нафти і газу: матер. Міжнар. наук.-техн. конф. (Івано-Франківськ, 15–18 травня 2012 р.) – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2012. – С. 197–198.

16 Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек / С.А. Амбарцумян. – М.: Наука, 1974. – 448 с.

17 Болотин В. В. Механика многослойных конструкций / В. В. Болотин, Ю. М. Новичков. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.

18 Образцов И. Ф. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов / И. Ф. Образцов, В. В. Васильев, В. А. Бунаков. – М.: Машиностроение, 1977. – 144 с.

19 Скудра А. М. Структурная теория армированных пластиков / А. М. Скудра, Ф. Я. Булавс. – Рига: Зинатне, 1978. – 192 с.

20 Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов / В. В. Васильев. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.

21 Кристенсен Р. Введение в механику композитов / Р. Кристенсен. – М.: Мир, 1982. – 334 с.

22 Фойс Р. Л. Неупругая микромеханика усадочных напряжений в композитах / Р. Л. Фойс // В кн.: Неупругие свойства композиционных материалов ; под. ред. Геракович К. – М.: Мир, 1978. – С. 249–294.

23 Зенкевич О. К. Метод конечных элементов в технике / О. К. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 541 с.

24 Морозов Е. М. Метод конечных элементов в механике разрушения / Е. М. Морозов, Г. П. Никишков. – М.: Наука, 1980. – 256 с.

25 Вычислительные методы в механике разрушения; пер. с. англ. ; под ред. С. Алтури. – М.: Мир, 1990. – 392 с.

26 Партон В. З. Механика разрушения: От теории к практике / В. З. Партон. – М.: Наука, 1990. – 240 с.

27 Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения / Г. П. Черепанов. – М.: Наука, 1974. – 640 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії  
26.11.12

Рекомендована до друку професором  
Грудзом В.Я.